

**Четыре числа образуют геометрическую прогрессию. Если из этих чисел вычесть соответственно 1, 2, 11, 44, то получим четыре числа, образующих арифметическую прогрессию. Найдите числа, образующие арифметическую прогрессию.**

Итак, имеем геометрическую прогрессию:

$$b_1; b_1q; b_1q^2; b_1q^3$$

и арифметическую прогрессию

$$a_1; a_2; a_3; a_4$$

$$\text{где } a_1 = b_1 - 1; a_2 = b_2 - 2; a_3 = b_3 - 11; a_4 = b_4 - 44$$

В арифметической прогрессии  $a_4 - a_3 = a_2 - a_1$

или

$$(b_1q^3 - 44) - (b_1q^2 - 11) = (b_1q - 2) - (b_1 - 1)$$

Раскрыв скобки и, вынеся  $b_1$  за скобки, получим:

$$b_1(q^3 - q^2 - q + 1) = 32$$

или

$$b_1(q - 1)^2(q + 1) = 32 \quad (1)$$

С другой стороны в арифметической прогрессии

$$2a_2 = a_1 + a_3$$

подставив значения  $a_1, a_2$  и  $a_3$ , получим:

$$2b_1q - 4 = b_1 - 1 + b_1q^2 - 11,$$

после преобразований:

$$b_1(q - 1)^2 = 8 \quad (2)$$

Таким образом, имеем систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} b_1(q - 1)^2(q + 1) = 32 \\ b_1(q - 1)^2 = 8 \end{cases}$$

откуда легко получить  $q = 3, b_1 = 2$

Тогда геометрическая прогрессия:

2; 6; 18; 54, а арифметическая, соответственно,

1; 4; 7; 10

**Ответ: 1; 4; 7; 10**