

«УТВЕРЖДАЮ»
Руководитель Департамента
общего и дошкольного образования
Минобразования России

_____ **А.В.Баранников**

«_____» _____ **2003 г.**

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Демонстрационный вариант 2004 г.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы дается 4 часа (240 мин). В работе 27 заданий. Они распределены на 3 части.

Часть 1 содержит 14 заданий (А1 – А14) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому из них даны 4 варианта ответа, из которых только один верный.

Часть 2 содержит 9 более сложных заданий (В1 – В9) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы.

Часть 3 содержит 4 самых сложных задания, три – алгебраических (С1, С2, С4) и одно – геометрическое (С3), при их выполнении требуется записать полное решение.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у вас останется время, то можно вернуться к пропущенным заданиям.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырёх заданий (В7, В8, В9, С3). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

За верное выполнение различных по сложности заданий дается один или более баллов. Баллы, полученные вами за все выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно большее количество баллов.

При выполнении работы вы можете пользоваться справочным материалом, который приведен ниже.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не существует

Формулы сложения:

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

Формула перехода к новому основанию:

$$\log_a x = \frac{\log_c x}{\log_c a},$$

(a, c, x – положительные числа, $a \neq 1, c \neq 1$)

Производная сложной функции:

$$(f(kx + b))' = kf'(kx + b)$$

Формулы площади треугольника:

$$S = \frac{1}{2}(a + b + c)r$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

(a, b, c – стороны треугольника, r – радиус вписанной окружности, R – радиус описанной окружности)

Площадь боковой поверхности конуса:

$$S = \pi Rl$$

(R – радиус основания, l – длина образующей, H – высота)

Объем конуса:

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

Площадь сферы:

$$S = 4\pi R^2.$$

Объем шара:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий части I в бланке ответов №1 под номером выполняемого вами задания (A1 – A14) поставьте знак «X» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

A1Вычислите: $25^{\frac{3}{2}} - 0,25$.

- 1) 37,25 2) 14,75 3) 124,75 4) 26,25

A2Упростите выражение $3\cos^2 x + 3\sin^2 x - 6$.

- 1) 1 2) -5 3) 3 4) -3

A3Упростите выражение $\sqrt[4]{625m^8}$.

- 1) $25m^2$ 2) $5m^2$ 3) $-25m^2$ 4) $-5m^2$

A4Найдите значение выражения $0,3^{\log_{0,3} 2} - 5$.

- 1) -4,91 2) -4,7 3) -4 4) -3

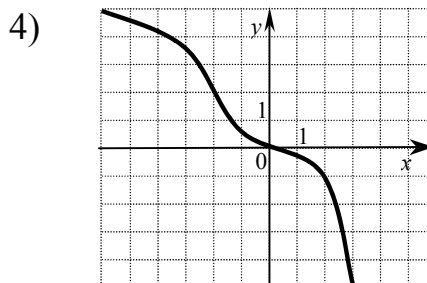
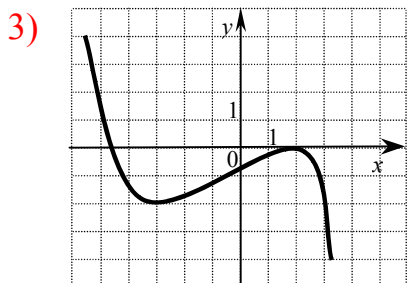
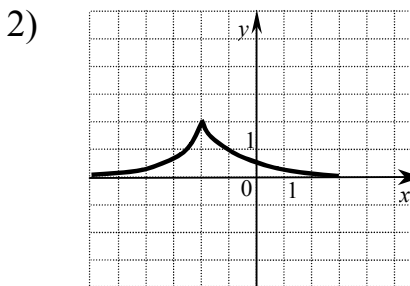
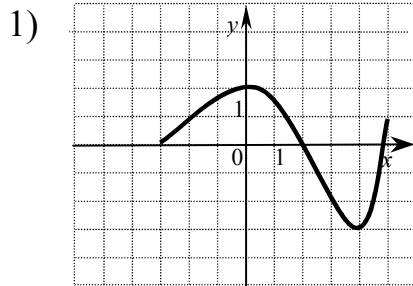
A5Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $7^{5x+6} = 49$.

- 1) $[-4; -1)$ 2) $[-1; 0]$ 3) $(0; 2)$ 4) $[5; 9]$

A6Какому промежутку принадлежит корень уравнения $\log_2(x+8) = \log_2 3 + \log_2 5$?

- 1) $(-8; -5]$ 2) $(-1; 3)$ 3) $(3; 5)$ 4) $[5; 8]$

A7Укажите график функции, возрастающей на отрезке $[-3; 2]$.



A8 Укажите множество решений неравенства $\frac{(2x - 3)(x + 2)}{x - 6} \leq 0$.

- 1) $(-\infty; -2] \cup [1,5; 6)$ 2) $(-\infty; -1,5] \cup [2; 6)$
 3) $(-\infty; -2] \cup [3; 6)$ 4) $[-2; 1,5] \cup (6; +\infty)$

A9 Вычислите значение производной функции $y = \sin x - 2x$ в точке $x_0 = 0$.

- 1) 1 2) 0 3) -3 4) -1

A10 Найдите область определения функции $y = \sqrt{1 - \log_{0,7} x}$.

- 1) $[0,7; +\infty)$ 2) $(0; 0,7]$ 3) $(-\infty; 0,7]$ 4) $(0,7; +\infty)$

A11 Найдите множество значений функции $y = 6^x - 12$.

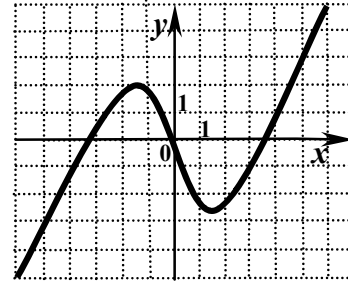
- 1) $(0; +\infty)$ 2) $(-12; +\infty)$ 3) $[-12; +\infty)$ 4) $(-\infty; -12)$

A12 Решите уравнение $\cos 2x = -\frac{1}{2}$.

- 1) $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ 2) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$
 3) $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ 4) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

A13 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какому из следующих промежутков принадлежит корень уравнения $f(x) = 4$?

- 1) $(-6; -4)$ 2) $(5; 7)$
 3) $(-2; 0)$ 4) $(0; 2)$



A14 Через точку графика функции $y = e^x - x^2$ с абсциссой $x_0 = 1$ проведена касательная. Найдите тангенс угла наклона этой касательной к оси абсцисс.

- 1) $e - 2$ 2) -1 3) $e - 1$ 4) -2

ЧАСТЬ 2

Ответом на каждое задание этой части должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания (B1 – B9), начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке строго по образцу из верхней части бланка. Единицы измерений писать не нужно.

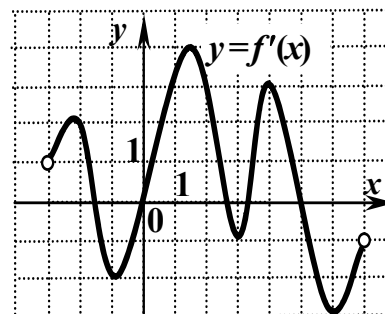
B1 Найдите значение выражения $\cos 15^\circ (\cos 50^\circ \sin 65^\circ - \cos 65^\circ \sin 50^\circ)$.

B2 Найдите сумму корней уравнения $(3^{2x^2 - 29} - 27)\sqrt[4]{5x + 18} = 0$.

B3 Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 8x - 6x^2$, $x = \frac{1}{2}$, $x = 1$, $y = 0$

В4 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке

7). График ее производной изображен на рисунке. Укажите число точек минимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(-3; 7)$.



(-3;

В5 Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{40}{2^x + 3^x}$ на промежутке $[1; 7]$.

В6 Найдите сумму всех целых чисел, входящих в область определения функции $y = \ln(x - 2|x - 3|)$.

*** В7** Планируя выпуск нового электронного прибора, экономисты предприятия определили, что в первый месяц может быть изготовлено 200 приборов. Далее предполагалось ежемесячно увеличивать выпуск на 20 изделий. За сколько месяцев предприятие сможет изготовить по этому плану 11000 приборов?

*** В8** Двугранные углы при основании правильной четырехугольной пирамиды равны 45° , а площадь боковой поверхности равна $36\sqrt{2}$. Найдите объем пирамиды.

*** В9** В равнобедренную трапецию, один из углов которой равен 60° , а площадь равна $24\sqrt{3}$, вписана окружность. Найдите радиус этой окружности.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания этой части (C1 – C4) используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер задания (C1 и т.д.), а затем полное решение.

C1

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_{0,9}(2y - 3x + 1) = 0, \\ 0,5 \log_2(3y - x - 1,5) + \log_4(8x) = 0. \end{cases}$$

C2 Стороны прямоугольника равны 2 и 5. Через каждую точку на его меньшей стороне провели прямую, отсекающую прямоугольный треугольник с периметром 8. Найдите наименьшее значение площади оставшейся части прямоугольника.

*** C3** Сфера радиуса 2 касается плоскости в точке А. В этой же плоскости лежит основание конуса. Прямая, проходящая через центр основания конуса (точку С) и точку сферы, диаметрально противоположную точке А, проходит через точку М. Точка М является точкой касания сферы и конуса (их единственная общая точка). Найдите высоту конуса, если $AC = 1$.

C4 Найдите все значения параметра a , при которых множество решений неравенства $x(x - 2) \leq (a + 1)(|x - 1| - 1)$ содержит все члены некоторой бесконечно убывающей геометрической прогрессии с первым членом, равным 1,7, и положительным знаменателем.

Ответы к заданиям демонстрационного варианта по математике.

Часть 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
A1	3	A8	1
A2	4	A9	4
A3	2	A10	1
A4	4	A11	2
A5	2	A12	2
A6	4	A13	2
A7	3	A14	1

Часть 2

№ задания	Ответ
B1	0,25
B2	0,4
B3	1,25
B4	2

<i>B5</i>	8
<i>B6</i>	12
<i>B7</i>	25
<i>B8</i>	36
<i>B9</i>	3

Часть 3

№ задания	Ответ
<i>C1</i>	(0,5; 0,75)
<i>C2</i>	22/3
<i>C3</i>	4/15
<i>C4</i>	$(-\infty; 0,7]$

ОБЩИЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

Решения заданий *C1* – *C4* Части 3 (с развернутым ответом) оценивается экспертной комиссией. На основе критериев, представленных в приведенной ниже таблице, за выполнение каждого задания в зависимости от полноты и правильности данного учащимся ответа выставляется от 0 до 4 баллов.

Баллы	Общие критерии оценки выполнения математических заданий с развернутым ответом
4	<p>Приведена верная последовательность всех шагов решения.¹ Верно обоснованы все моменты решения.² Необходимые для решения чертежи, рисунки, схемы выполнены безошибочно. Правильно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ.</p>
3	<p>Приведена верная последовательность всех шагов решения. Верно обоснованы все ключевые моменты решения³. Необходимые для решения чертежи, рисунки, схемы выполнены безошибочно. Допустимы 1 описка и/или негрубая вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате описки или ошибки возможен неверный ответ.</p>
2	<p>Приведена в целом верная, но, возможна, неполная последовательность шагов решения и/или обоснована только часть ключевых моментов решения.⁴ При этом допустимы негрубые ошибки в чертежах, рисунках, схемах,</p>

¹ В критериях, разработанных для оценки решения конкретного задания, перечисляются эти шаги решения.

² В критериях, разработанных для оценки решения конкретного задания, перечисляются эти моменты решения.

³ В критериях, разработанных для оценки решения конкретного задания, перечисляются все ключевые моменты решения.

⁴ В критериях, разработанных для оценки решения конкретного задания, перечисляются эти ключевые моменты решения.

	приведенных в решении, одна-две негрубые ошибки или описки в вычислениях или преобразованиях, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этих ошибок возможен неверный ответ.
1	Общая идея, способ решения верные, но не выполнены некоторые промежуточные этапы решения или решение не завершено ⁵ . Большинство ключевых моментов не обосновано или имеются неверные обоснования. При этом допустимы негрубые ошибки в чертежах, рисунках, схемах, приведенных в решении, негрубые ошибки в вычислениях или преобразованиях. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3, 4 балла.

Отметим, что приведенная шкала оценок в 0, 1, 2, 3, 4 балла не является равномерной, т.е. утверждения типа «3 балла ставится, если задача решена на 75%, 2 балла ставится за наполовину решенную задачу,...» являются ошибочными. Решение, оцениваемое 3 баллами, существенно ближе к идеальному, четырехбалльному решению: оно отличается от него лишь наличием неточностей. В свою очередь, оценка «2 балла» ближе к оценке «3 балла», нежели к оценке «1 балл».

⁵ В критериях, разработанных для оценки решения конкретного задания, указываются те действия, которые должен выполнить ученик, чтобы судить о том, что он использовал правильный способ решения.