«УТВЕРЖДАЮ»
Руководитель Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки

_____________ В.А. Болотов
«02» ноября 2007 г.

«СОГЛАСОВАНО»
Председатель Научно-методического совета ФИПИ по математике

_____________ Г.Г. Канторович
«29» октября 2007 г.

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант КИМ 2008 г.

подготовлен Федеральным государственным научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Директор ФИПИ А.Г.Ершов

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Пояснения к демонстрационному варианту

При ознакомлении с Демонстрационным вариантом 2008 года следует иметь в виду, что задания, включенные в демонстрационный вариант, не отражают всех вопросов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2008 году. Полный перечень вопросов, которые могут контролироваться на едином государственном экзамене 2008 года, приведен в кодификаторе, помещенном на сайтах www.ege.edu.ru и www.fipi.ru .

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ЕГЭ и широкой общественности составить представление о структуре будущих КИМ, числе, форме, уровне сложности заданий: базовом, повышенном и высоком. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом (тип «С»), включенные в этот вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки и сдачи ЕГЭ в соответствии с целями, которые они ставят перед собой.

Для правильной распечатки файла демонстрационного варианта по математике необходимо установить на компьютере программное обеспечение MathType версии не ниже 5.0 (см. Примечание в конце файла).

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант 2008 г.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (А1 – А10 и В1 – В3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию А1 – А10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям В1 – В3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (В4 – В11, С1, С2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям В4 – В11 надо дать краткий ответ, к заданиям С1 и С2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (С3, С5) и одно – геометрическое (С4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырех заданий (В9, В10, В11, С4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1 – А10 в бланке ответов № 1 под номером выполняемого задания поставьте знак "×" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1 Выполните действия $6c^{\frac{3}{7}}+4\left(c^{\frac{1}{7}}\right)^3$.

1) $70c^{\frac{3}{7}}$ 2) $70c^{\frac{6}{7}}$ 3) $10c^{\frac{6}{7}}$ 4) $10c^{\frac{3}{7}}$

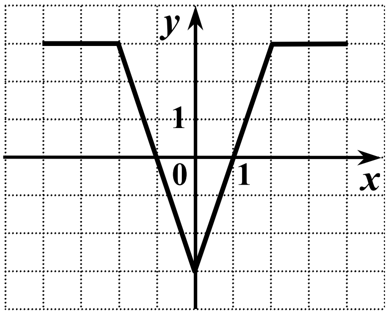
А2 Найдите значение выражения $4\cdot 3^{\log_3 5}$.

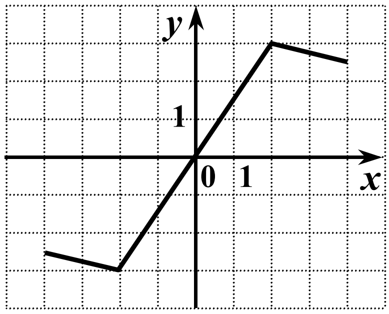
1) $\log_3 20$ 2) 625 3) $12\log_3 5$ 4) 20

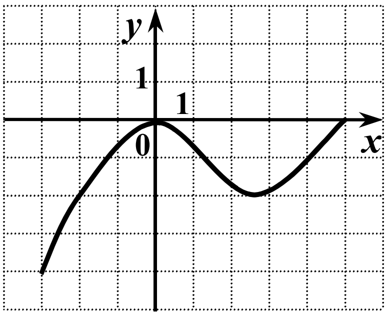
А3 Вычислите: $\dfrac{\sqrt[3]{189}}{3\sqrt[3]{7}}$.

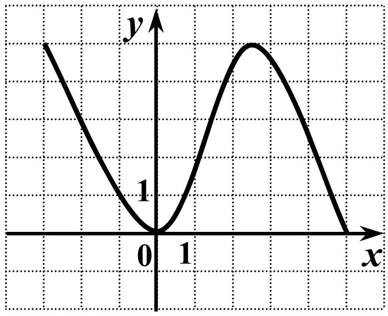
1) 1 2) $\dfrac{1}{3}$ 3) 9 4) 27

A4 На одном из рисунков изображен график чётной функции. Укажите этот рисунок.

1) 

2) 

3) 

4) 

A5 Найдите производную функции $y = x^6 - 4\sin x$.

1) $y' = 6x^5 + 4\cos x$

2) $y' = 6x^5 - 4\cos x$

3) $y' = \dfrac{x^7}{7} + 4\cos x$

4) $y' = x^5 - 4\cos x$

A6 Найдите множество значений функции $y = 1{,}5 + \log_{2{,}5} x$.

1) $(-\infty; +\infty)$
2) $(0; +\infty)$
3) $(1{,}5; +\infty)$
4) $(-\infty;\ 1{,}5)$

A7 Решите уравнение $\cos 2x = 1$.

1) $\dfrac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in Z$

2) $\pi n, \quad n \in Z$

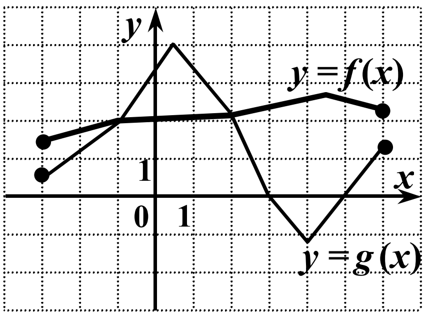
3) $\dfrac{\pi n}{2}, \quad n \in Z$

4) $\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi n}{2}, \quad n \in Z$

A8 Решите неравенство $\log_{\frac{1}{7}}(x+3) > -1$.

1) $(-\infty;\ 7)$
2) $(-\infty;\ 4)$
3) $(-3;\ 4)$
4) $(-3;\ 7)$

A9 На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-3;\ 6]$. Укажите те значения x, для которых выполняется неравенство $f(x) \geq g(x)$.



1) $[-1;\ 2]$

2) $[-3;\ 3] \cup [5;\ 6]$

3) $[-3;\ 2]$

4) $[-3; -1] \cup [2;\ 6]$

A10 Найдите область определения функции $y=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{5-4x}-\frac{1}{27}}$.

1) $(0,5;\ +\infty)$ 2) $(-\infty;\ 0,5]$ 3) $[0,5;\ +\infty)$ 4) $[2;\ +\infty)$

Ответом на задания B1 – B11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Найдите значение выражения $3\sin^2\alpha-7\cos^2\alpha$, если $\cos\alpha=-\ 0,1$.

B2 Решите уравнение $7^{x+1}-5\cdot 7^x=98$.

B3 Решите уравнение $\sqrt{2x^2-x-6}=-x$.

ЧАСТЬ 2

B4 Вычислите значение выражения

$$\log_2\sin\frac{\pi}{12}+\log_2\sin\frac{\pi}{6}+\log_2\sin\frac{5\pi}{12}.$$

B5 Прямая, проходящая через начало координат, является касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке $A(-7;14)$. Найдите $f'(-7)$.

B6 Найдите количество целочисленных решений неравенства $6-5x-x^2\geq 0$, удовлетворяющих условию $1+\mathrm{tg}^2\frac{\pi x}{4}>0$.

B7 Решите уравнение $25x^2-20x+6=\left(\sqrt{2}-\cos\frac{5\pi x}{4}\right)\left(\sqrt{2}+\cos\frac{5\pi x}{4}\right)$. (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней).

B8 Функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой и является четной периодической функцией с периодом, равным 6. На отрезке $[0;3]$ функция задана формулой $f(x)=2+2x-x^2$. Определите количество нулей этой функции на отрезке $[-5;4]$.

***B9** В комиссионном магазине цена товара, выставленного на продажу, ежемесячно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый месяц уменьшалась цена магнитофона, если, выставленный на продажу за 4000 рублей, после двух снижений он был продан за 2250 рублей.

***B10** Основание прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ – правильный треугольник ABC, сторона которого равна $8\sqrt{3}$. На ребре BB_1 отмечена точка P так, что $BP:PB_1=3:5$. Найдите тангенс угла между плоскостями ABC и ACP, если расстояние между прямыми BC и A_1C_1 равно 16.

***B11** Сторона правильного шестиугольника ABCDEF равна $32\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник MPK, если точки M, P и K − середины сторон AB, CD, EF соответственно.

Для записи ответов на задания С1 и С2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

C1 Найдите наибольшее значение функции

$$f(x)=\left|\sqrt{1-x^2}-2\right|+\sqrt{1-x^2}+x^3-3x^2.$$

C2 Решите уравнение $\log_{3-4x^2}\left(9-16x^4\right)=2+\dfrac{1}{\log_2\left(3-4x^2\right)}$.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (С3 – С5) используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3 Найдите все значения a, для которых при каждом x из промежутка $\left(-3;-1\right]$ значение выражения x^4-8x^2-2 **<u>не равно</u>** значению выражения ax^2.

***C4** Отрезок PN – диаметр сферы. Точки M, L лежат на сфере так, что объем пирамиды PNML наибольший. Найдите синус угла между прямой NT и плоскостью PMN, если T – середина ребра ML.

C5 Решите уравнение $f(g(x))+g(3+f(x))=30$, если известно, что

$$f(x)=0{,}5x^4-4x+5 \text{ и } g(x)=\begin{cases}25, & x\ge 4\\ 2^x+\dfrac{9}{5-x}, & x<4\end{cases}.$$

Ответы к заданиям демонстрационного варианта по математике.

Ответы к заданиям с выбором ответа

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
А1	4	**А6**	1
А2	4	**А7**	2
А3	1	**А8**	3
А4	1	**А9**	4
А5	2	**А10**	3

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
В1	2,9
В2	2
В3	−2
В4	−3
В5	−2
В6	6
В7	0,4
В8	4
В9	25
В10	0,5
В11	24

Ответы к заданиям с развернутым ответом

№ задания	Ответ
С1	2
С2	$\pm 0,5$
С3	$\left(-\infty;-9\right)\cup\left[\frac{7}{9};+\infty\right)$
С4	$\frac{1}{\sqrt{6}}$
С5	−1

КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ И ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ С РАЗВЁРНУТЫМ ОТВЕТОМ

C1 Найдите наибольшее значение функции

$f(x)=\left|\sqrt{1-x^2}-2\right|+\sqrt{1-x^2}+x^3-3x^2$.

Решение:

1) Функция f определена только при $-1\le x\le 1$. При этих значениях x $\sqrt{1-x^2}\le 1$, и поэтому $\sqrt{1-x^2}-2<0$. Следовательно, $f(x)=\left|\sqrt{1-x^2}-2\right|+\sqrt{1-x^2}+x^3-3x^2=x^3-3x^2+2$.

2) Найдем наибольшее значение функции $f(x)=x^3-3x^2+2$ на отрезке $-1\le x\le 1$. $f'(x)=3x^2-6x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0; \\ x=2. \end{array}\right.$ Но $x=2$ не лежит на отрезке $-1\le x\le 1$. Сравним числа $f(-1)=-2$, $f(0)=2$ и $f(1)=0$. Наибольшее из них 2. Значит, $\max\limits_{-1\le x\le 1} f(x)=2$.

Ответ: 2.

Баллы	**Критерии оценки выполнения задания C1**
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) найдена область определения функции и упрощена формула, задающая функцию; 2) найдено наибольшее значение функции. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущены описка и/или вычислительная ошибка в шаге 2), не влияющие на дальнейший ход решения. В результате этой описки или ошибки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

C2

Решите уравнение $\log_{3-4x^2}\left(9-16x^4\right)=2+\dfrac{1}{\log_2\left(3-4x^2\right)}$.

Решение:

$$1)\log_{3-4x^2}\left(9-16x^4\right)=2+\frac{1}{\log_2\left(3-4x^2\right)}\Leftrightarrow\begin{cases}1+\log_{3-4x^2}\left(3+4x^2\right)=2+\log_{3-4x^2}2\\3-4x^2>0\\3-4x^2\neq1\end{cases}.$$

$$2)\begin{cases}\log_{3-4x^2}\dfrac{3+4x^2}{2}=1\\|x|<\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\|x|\neq\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3+4x^2=2\left(3-4x^2\right)\\|x|<\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\|x|\neq\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|x|=\dfrac{1}{2}\\|x|<\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\|x|\neq\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{2}.$$

Ответ: $\pm\dfrac{1}{2}$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания C2
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) уравнение сведено к равносильной ему системе, состоящей из уравнения и двух неравенств; 2) решена полученная система. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущена вычислительная ошибка или описка в шаге 2), не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

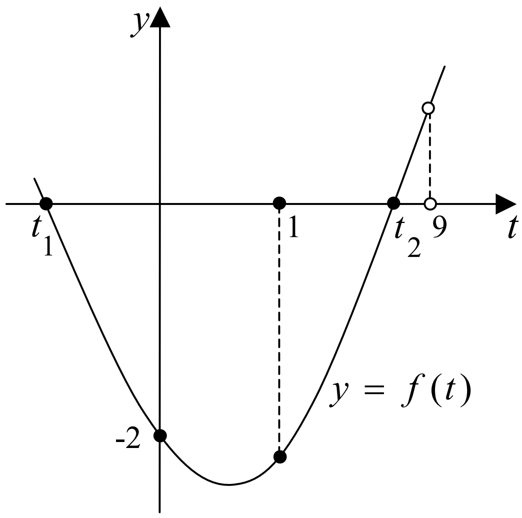
C3 Найдите все значения a, для которых при каждом x из промежутка $(-3;-1]$ значение выражения x^4-8x^2-2 не равно значению выражения ax^2.

Решение:

1) Значения указанных в задаче выражений не равны друг другу тогда и только тогда, когда выполнено условие

$x^4-8x^2-2\neq ax^2 \Leftrightarrow f(t)\neq 0$, где $t=x^2$ и $f(t)=t^2-(a+8)t-2$.

Следовательно, в задаче требуется, чтобы уравнение $f(t)=0$ не имело корней на промежутке $\left[(-1)^2;(-3)^2\right)=[1;9)$.



2) График функции $y=f(t)$ (относительно переменной $t\in\mathbb{R}$) есть парабола, изображенная на рисунке: ее ветви направлены вверх, а точка пересечения с осью ординат лежит ниже оси абсцисс (так как $f(0)=-2$). Поэтому квадратный трехчлен $f(t)$ имеет два корня $t_1<0$ и $t_2>0$. Если $0<t<t_2$, то $f(t)<0$, а если $t>t_2$, то $f(t)>0$, поэтому уравнение $f(t)=0$ имеет корень на промежутке $[1;9)$ тогда и только тогда, когда $1\le t_2<9 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1)\le 0\\ f(9)>0\end{cases}$.

3) Решим полученную систему: $\begin{cases} 1^2-(a+8)-2\le 0\\ 9^2-9(a+8)-2>0\end{cases} \Leftrightarrow -9\le a<\dfrac{7}{9}$.

Итак, уравнение $f(t)=0$ не имеет корней на промежутке $[1;9)$ для всех остальных значений a, т. е. тогда и только тогда, когда $a<-9$ или $a\ge\dfrac{7}{9}$.

Ответ: $a<-9$, $a\ge\dfrac{7}{9}$.

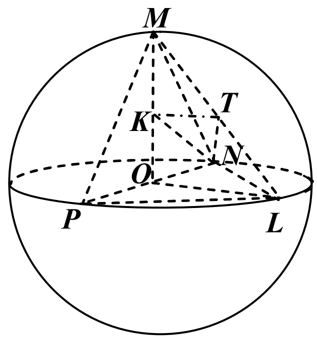
Замечание: в работах выпускников в шаге 2) могут отсутствовать словесные описания, а корни квадратного трехчлена $f(t)$ могут быть вычислены.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С3
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) задача сведена к исследованию корней квадратного уравнения $f(t)=0$ на соответствующем промежутке; 2) показано (возможно, только с помощью рисунка), что квадратный трехчлен $f(t)$ имеет два корня разного знака, и получены два условия на параметр a, система которых

	необходима и достаточна для того, чтобы квадратное уравнение $f(t)=0$ имело корень на соответствующем промежутке; 3) полученные неравенства решены и найдены оба множества, составляющие искомое множество значений параметра a. Все преобразования и вычисления верны. Получен верный ответ.
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допускается, что не показано (ни словесно, ни с помощью рисунка), что квадратный трехчлен $f(t)$ имеет два корня разного знака. В шаге 2, возможно, содержатся неточности, состоящие в том, что строгие (нестрогие) неравенства заменены нестрогими (строгими). Ответ получен и либо верен, либо отличается от верного из-за допущенных в шаге 2 неточностей.
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения. В шаге 2 получены неравенства на параметр *a*, система которых необходима и достаточна для того, чтобы квадратное уравнение $f(t)=0$ имело корень на соответствующем промежутке. Возможно, что при этом допущены неточности, состоящие в том, что строгие (нестрогие) неравенства заменены нестрогими (строгими). В шаге 3 найдено (возможно, неверно из-за допущенных в шаге 2 неточностей): • либо множество значений параметра *a*, при которых квадратное уравнение $f(t)=0$ имеет корень на соответствующем промежутке, • либо хотя бы одно из двух множеств, составляющих искомое множество значений параметра *a*.
1	Приведены шаги 1 и 2 решения, а шаг 3 отсутствует, содержит ошибки или не доведен до конца. В шаге 2 получено хотя бы одно из неравенств на параметр *a*, необходимое для того, чтобы квадратное уравнение $f(t)=0$ имело корень на соответствующем промежутке, при этом в нем, возможно, строгое (нестрогое) неравенство заменено нестрогим (строгим).
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 – 4 балла.

***C4** Отрезок PN – диаметр сферы. Точки M, L лежат на сфере так, что объем пирамиды PNML наибольший. Найдите синус угла между прямой NT и плоскостью PMN, если T – середина ребра ML.

Решение



1) Пусть O – центр сферы, а R – ее радиус. Тогда $PN = 2R$ как диаметр сферы. Поскольку точки M и L лежат на сфере, то $OP = OL = ON = OM = R$. Сечения сферы плоскостями PLN и PMN – окружности радиуса R, описанные вокруг треугольников PLN и PMN, причем $\angle PMN = \angle PLN = 90^0$ как вписанные углы, опирающиеся на диаметр PN.

2) Пусть H – высота пирамиды PNML, опущенная из вершины M, и h – высота треугольника PLN, проведенная к стороне PN. Поскольку точка M лежит на сфере, а плоскость PLN содержит центр сферы, то $H \le R$, причем $H = R$, если $MO \perp PNL$. Аналогично, поскольку точка L лежит на сфере, то $h \le R$, причем $h = R$, если $LO \perp PN$. Отсюда для объема пирамиды PNML имеем

$V_{PNML} = \frac{1}{3}S_{PNL} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot PN \cdot h \cdot H \le \frac{1}{6} \cdot 2R \cdot R \cdot R = \frac{R^3}{3}$. При этом $V_{PNML} = \frac{R^3}{3}$, только если $H = h = R$. Таким образом, пирамида PNML имеет наибольший объем, если треугольники PLN и PMN – прямоугольные и равнобедренные, лежащие во взаимно перпендикулярных плоскостях.

3) Поскольку $MO \perp PLN$, то $MO \perp OL$. Но $PN \perp OL$ и поэтому по признаку перпендикулярности прямой и плоскости $PMN \perp OL$. Пусть K – середина MO. Проведем KT – среднюю линию треугольника OLM. Тогда $KT \| OL$. Значит, $KT \perp PMN$ и поэтому KN – проекция NT на плоскость PMN и $\angle TNK$ – угол между прямой NT и плоскостью PMN. Пусть $\angle TNK = \alpha$.

4) По свойству средней линии $KT = 0{,}5OL = 0{,}5R$. Так как треугольники LON, LOM, NOM равны по двум катетам, то треугольник MNL – правильный со стороной $LN = ON\sqrt{2} = R\sqrt{2}$. NT – высота треугольника MNL, значит,

$NT = \frac{NL\sqrt{3}}{2} = \frac{R\sqrt{6}}{2}$. Отсюда $\sin\alpha = \frac{KT}{NT} = \frac{R/2}{R\sqrt{6}/2} = \frac{1}{\sqrt{6}}$.

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С4
4	Приведена верная последовательность шагов решения: 1) установлено, что треугольники PLN и PMN – прямоугольные; 2) установлено, что в пирамиде PMNL, имеющей наибольший объем и вписанной в данную сферу, треугольники PLN и PMN – равнобедренные, лежащие во взаимно перпендикулярных плоскостях; 3) построен угол между прямой NT и плоскостью PMN; 4) вычислен синус угла между прямой NT и плоскостью PMN. Обоснованы ключевые моменты решения: а) вид пирамиды, имеющей наибольший объем, вписанной в данную сферу; б) построение угла между прямой NT и плоскостью PMN. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
3	Приведены все шаги решения 1) – 4). Приведены утверждения, составляющие ключевые моменты а) и б) решения: явно описан вид искомой пирамиды и построен искомый угол. Допустимо отсутствие обоснований ключевых моментов решения или неточности в обоснованиях[1], но не грубые ошибки. Допустимы одна описка и/или негрубая ошибка в вычислениях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этой описки и/или ошибки возможен неверный ответ.
2	Приведены шаги решения 2) – 4). Допустимо отсутствие утверждений, составляющих ключевые моменты а) и б) решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок. Получена искомая величина синуса угла между прямой NT и плоскостью PMN. Допустимы описки и/или негрубые ошибки в вычислениях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этого возможен неверный ответ.
1	Ход решения правильный, но решение не завершено: имеется шаг 2) решения, который описан словесно или ясно отражен и виден на чертеже (в соответствующих треугольниках обозначены углы, равные 90^0, и равные стороны). Приведенные в решении обоснования и вычисления не содержат грубых ошибок.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок 1 – 4 баллов.

[1] Неточностью в обоснованиях является замена свойства на определение или на признак, или наоборот, а также неверные названия теорем или формул.

C5 Решите уравнение $f(g(x))+g(3+f(x))=30$, если известно, что $f(x)=0,5x^4-4x+5$ и $g(x)=\begin{cases}25, & x\ge 4\\ 2^x+\dfrac{9}{5-x}, & x<4\end{cases}$.

Решение:

1) Так как $f'(x)=\left(0,5x^4-4x+5\right)'=2x^3-4$, то $x=\sqrt[3]{2}$ - единственная критическая точка. Если $x<\sqrt[3]{2}$, то $f'(x)<0$, а если $x>\sqrt[3]{2}$, то $f'(x)>0$. Значит, $x=\sqrt[3]{2}$ - точка минимума. Поэтому $f_{наим}=f\left(\sqrt[3]{2}\right)=5-3\cdot\sqrt[3]{2}$.

2) Так как $5-3\cdot\sqrt[3]{2}>1 \Leftrightarrow 4>3\cdot\sqrt[3]{2} \Leftrightarrow 64>27\cdot 2$, то $f_{наим}>1$. Значит, $3+f(x)>4$ для всех x и поэтому $g(3+f(x))=25$ для всех x. Получаем уравнение

$$f(g(x))+25=30 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f(g(x))=5 \Leftrightarrow 0,5(g(x))^4-4g(x)+5=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} g(x)=0\\ g(x)=2\end{array}\right. .$$

Так как $g(x)>0$ для всех x, то уравнение $g(x)=0$ корней не имеет.

3) Решим уравнение $g(x)=2$. Если $x\ge 4$, то $g(x)=25$ и корней нет. Если $x<4$, то $g(x)=2^x+\dfrac{9}{5-x}$. Так как $g'(x)=\left(2^x+\dfrac{9}{5-x}\right)'=2^x\ln 2+\dfrac{9}{(5-x)^2}>0$, то на промежутке $(-\infty;4)$ функция g возрастает. Значит, уравнение $g(x)=2$ имеет не более одного корня, а один корень находится и проверяется подстановкой: если $x=-1$, то $2^x+\dfrac{9}{5-x}=0,5+1,5=2$.

Ответ: -1**.**

Замечания.

1) В шаге 1) можно обойтись и без производной: $0,5x^4-4x+5>1 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^4-8x+8>0 \Leftrightarrow x^4-4x^2+4+4x^2-8x+4>0 \Leftrightarrow (x^2-2)^2+4(x-1)^2>0$, где последнее неравенство верно, так как $(x^2-2)^2$ и $4(x-1)^2$ не обращаются в ноль одновременно.

2) Аналогично, в шаге 3) проверку неравенства $g'(x)>0$ можно заменить ссылкой на то, что $g(x)$ есть сумма двух возрастающих функций.

Баллы	**Критерии оценки выполнения задания С5**
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) исследование функции f; 2) сведение исходной задачи к уравнению $f(g(x))=5$, его решение; проверка того, что уравнение $g(x)=0$ не имеет корней; 3) решение уравнения $g(x)=2$. Обоснованы все моменты решения: а) нахождение $f_{наим}$ обосновано исследованием знака производной; б) неравенство $f_{наим}>1$ обосновано проверкой неравенства $5-3\cdot\sqrt[3]{2}>1$; в) отсутствие корней уравнения $g(x)=0$ обосновано положительностью функции g; г) единственность корня $x=-1$ обоснована проверкой возрастания функции g при $x<4$. Все преобразования и вычисления верны. Получен верный ответ.
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. В шаге 3) допустима лишь констатация возрастания g без ее проверки. Обоснованы ключевые моменты а), б). Допустима 1 описка и/или негрубая вычислительная ошибка в одном из шагов 2) или 3), в результате чего может быть получен неверный ответ.
2	Приведена в целом верная, но, возможно, неполная последовательность шагов решения. Выполнены верно шаги 1) и 2): задача сведена к решению уравнения $g(x)=2$. Обоснован ключевой момент а). Допустимо, что неравенство $5-3\cdot\sqrt[3]{2}>1$ приведено без проверки. Допустимо, что дальнейшее исследование уравнения не завершено. Допустимы 1-2 негрубые ошибки или описки в вычислениях в шаге 3), не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате решение может быть не завершено.
1	Ход решения верный. Выполнен верно шаг 1): найдена точка минимума и наименьшее значение функции f. Обоснован ключевой момент а). Допустимо, что дальнейшее выполнение не завершено, а остальные ключевые моменты не обоснованы.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют указанным выше критериям выставления оценок в 1, 2, 3, 4 балла.

Примечание

Данное программное обеспечение можно скачать из интернета по указанным адресам:

Сайт программы	http://www.dessci.com/en/
Прямая ссылка (30 дней бесплатно)	http://www.dessci.com/en/dl/MathType52Setup.exe